

Vorlesung: Bildgebende Verfahren in der Medizin I

Leiter: Prof. Dr. rer. nat. Olaf Dössel
2. Prüfer: Yannick Lutz, M.Sc.

Klausur

22. Februar 2018
Beginn: 08:00 Uhr

Familienname:	AUFKLEBER
Vorname:	
Matrikel-Nr.:	

Angaben zur Klausur:

Die Arbeitszeit beträgt 2 Stunden; Hilfsmittel sind nicht erlaubt, außer einem Taschenrechner.

Der Lösungsweg muss vollständig angegeben und nachvollziehbar sein. Dokumentieren Sie Ihre Überlegungen, geben Sie erläuternde Kommentare. Bei Formeln müssen die verwendeten Größen angegeben werden, bei Diagrammen müssen die Achsen beschriftet werden.

Verwenden Sie nur dokumentenechtes Schreibzeug!

Die maximal erreichbaren Punkte pro Aufgabe sind der Tabelle zu entnehmen.

Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Gesamt
Punkte:	15	7	4	7	9	8	11	10	8	7	86
erreicht:											

Note:_____

Röntgentechnik

Frage 1

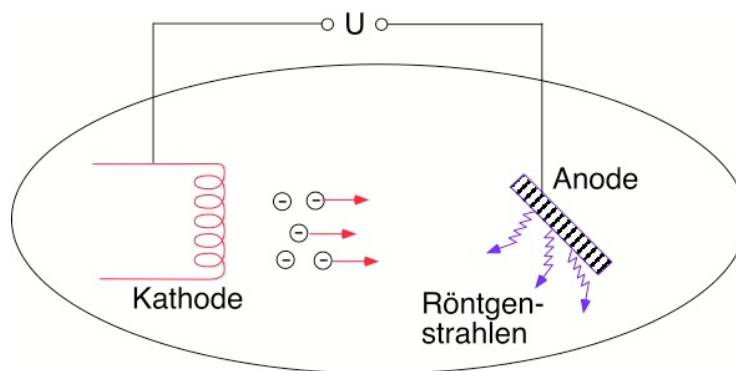
(15 Punkte)

Zur Nutzung der Röntgentechnik in der Diagnostik muss man sich zunächst mit der Erzeugung von Röntgenstrahlung beschäftigen:

- Skizzieren Sie einen Aufbau zur Erzeugung von Röntgenstrahlung. (2 Punkte)
- Skizzieren Sie den Aufbau einer Drehanoden Röntgenröhre. Beschriften Sie die wesentlichen Komponenten in Ihrer Skizze. (5 Punkte)
- Welche andere Anodenart kennen Sie noch? Was ist der entscheidende Vorteil bei der Nutzung der Drehanaode? (2 Punkte)
- Zeichnen Sie qualitativ das Spektrum der entstehenden Röntgenstrahlung für eine Anodenspannung von 80, 100 und 120 kV. Aus welchen Komponenten besteht das Spektrum und welche physikalischen Prozesse liegen ihnen zugrunde? (5 Punkte)
- Wie verändert sich das Spektrum, wenn der Anodenstrom verdoppelt wird? (1 Punkt)

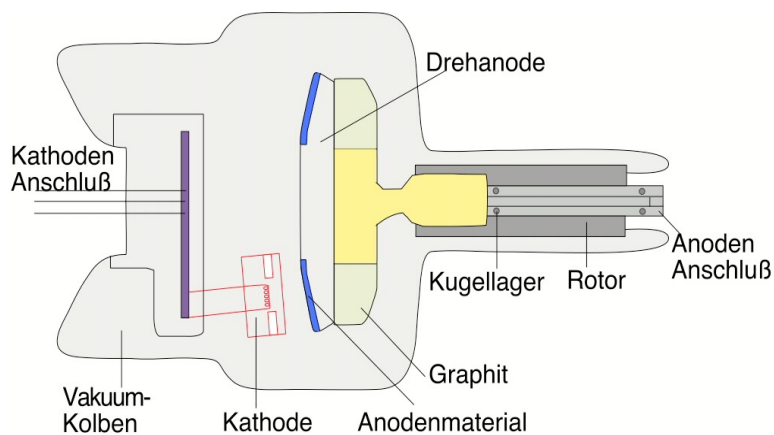
Lösung:

- (a) Aufbau zur Erzeugung von Röntgenstrahlung:



Die Röntgenröhre besteht in ihrer einfachsten Form aus einem Vakuumgefäß mit einer Kathode und einer Anode, auf die unter Hochspannung beschleunigte Elektronen aus der Kathode aufprallen. Die Elektronen werden im Anodenmaterial abgebremst, wobei Photonen als Röntgenstrahlung emittiert werden.

- (b) Drehanode:

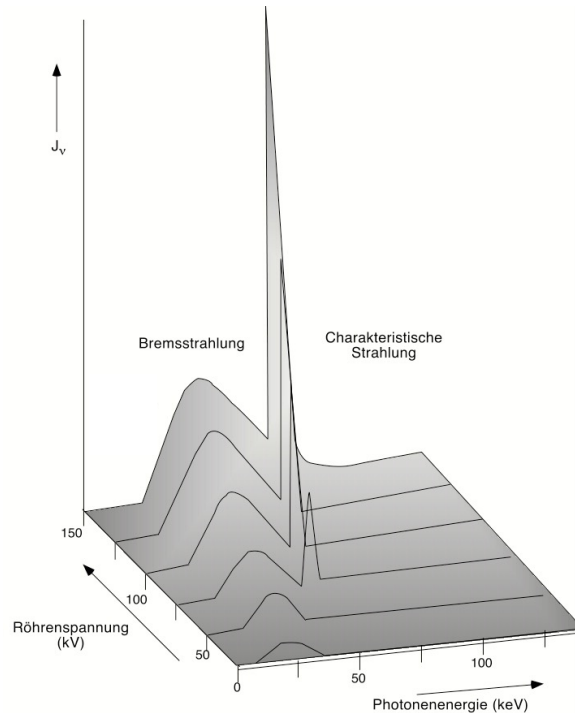


Bei der Drehanode rotiert die Anode um eine feste Achse.

- (c) Neben der Drehanode gibt es noch die Festanode.

Der Vorteil der Drehanode ist, dass sich bei ihr die Hitze über den gesamten Ring verteilt. Sie kann daher mit höherer Leistung betrieben werden. Der Einsatz einer Festanode ist nur vorteilhaft, wenn über lange Zeit niedrige Röntgenleistungen gefordert sind. In der medizinischen Diagnostik sind aber hohe Leistungen mit kurzen Zeitintervallen gefragt.

- (d) Spektrum der Röntgenstrahlung:



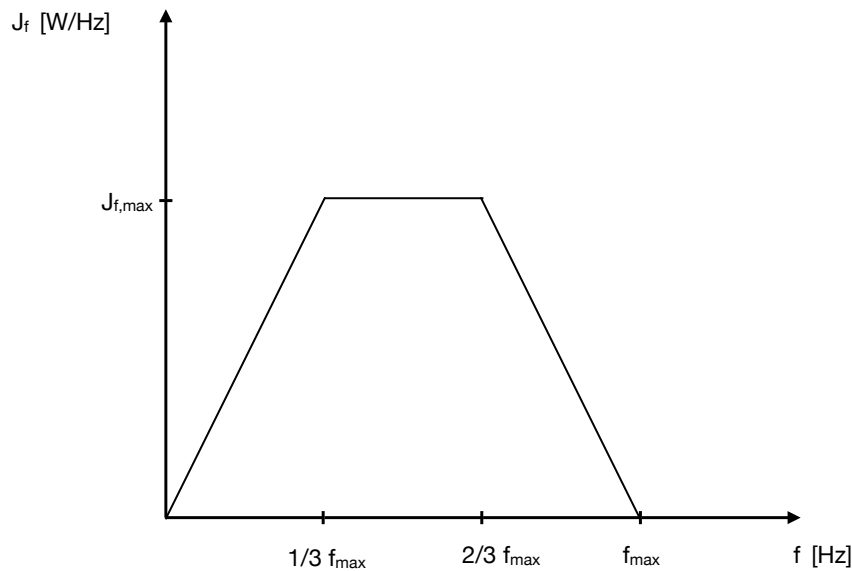
Die Bremsstrahlung ist vom Anodenmaterial unabhängig und besitzt eine allein von der vorgegebenen Anodenspannung abhängige Grenze. An dieser wird die gesamte kinetische Energie eines Elektrons auf einmal in Strahlung umgesetzt. Das Bremsspektrum ist von der charakteristischen Strahlung des Anodenmaterials überlagert, welche durch elektronische Übergänge in den Atomen des Anodenmaterials hervorgerufen wird.

- (e) Das Spektrum bleibt gleich, nur die Intensitäten verdoppeln sich.

Frage 2

(7 Punkte)

- (a) Berechnen Sie die maximale Frequenz der emittierten Röntgenquanten für eine Anodenspannung $U_a = 80 \text{ kV}$. (Elektronenladung: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, Plancksches Wirkungsquantum: $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, Lichtgeschwindigkeit $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$). (2 Punkte)
- (b) Folgende Abbildung zeigt schematisch die spektrale Leistungsdichte der Röntgenröhre aus Aufgabenteil a). Die Röhre wird bei einer Leistung von 120 kW betrieben, bei der sie einen Wirkungsgrad von $\eta = 0,7\%$ aufweist. Bestimmen Sie den maximalen Wert der spektralen Leistungsdichte $J_{f,max}$. (5 Punkte)

**Lösung:**

(a) Für die minimal Wellenlänge der Röntgenquanten gilt:

$$\lambda_{\min} = \frac{c \cdot h}{e \cdot U_A}$$

und

$$\lambda_{\min} = \frac{c}{f_{\max}}$$

damit folgt für die Frequenz:

$$f_{\max} = \frac{e \cdot U_A}{h} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{C} \cdot 80 \cdot 10^3 \text{V}}{6,63 \cdot 10^{-34} \text{Js}} = 1,93 \cdot 10^{19} \text{Hz}$$

(b) Für den Wirkungsgrad gilt:

$$\eta = \frac{J_{\text{ges}}}{I_A \cdot U_A}.$$

Daraus folgt für J_{ges} :

$$J_{\text{ges}} = \eta \cdot I_A \cdot U_A = 0,007 \cdot 120 \text{ kW} = 840 \text{ W}.$$

Weiterhin gilt:

$$J_{\text{ges}} = \int_0^{f_{\max}} J_f \cdot df$$

Aus dem Verlauf für J_f folgt:

$$J_{\text{ges}} = \int_0^{f_{\max}} J_f \cdot df = \frac{2}{3} f_{\max} \cdot J_{f,\max}.$$

Mit dem Ergebnis aus Aufgabenteil a) lässt sich damit $J_{f,\max}$ bestimmen:

$$J_{f,\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{1,93 \cdot 10^{19} \text{Hz}} \cdot J_{\text{ges}} = 6,53 \cdot 10^{-17} \frac{\text{W}}{\text{Hz}} = 65,3 \frac{\text{aW}}{\text{Hz}}.$$

Frage 3**(4 Punkte)**

Digitale Subtraktionsangiographie (DSA):

- (a) Erklären Sie kurz, wie dieses Verfahren abläuft. Auf was muss bei der Subtraktion geachtet werden? (2 Punkte)
- (b) Nennen Sie zwei Einsatzbereiche für die Subtraktionsangiographie in der Diagnostik. (2 Punkte)

Lösung:

- (a) Bei der digitalen Subtraktionsangiographie (DSA) werden von dem untersuchten Bereich zwei digitale Röntgenaufnahmen gemacht. Die erste Aufnahme wird ohne ein Kontrastmittel und die zweite mit Kontrastmittel aufgenommen. Anschließend werden beide Bilder logarithmiert und subtrahiert. So entsteht ein Bild, welches nur noch Information über die Blutgefäße enthält.
- (b) Anwendungen der DSA:
- Koronarangiographie: Beurteilung der Herzkranzgefäße und Diagnostik eines möglichen Herzinfarkt.
 - Cerebrale Angiographie (Beurteilung eines Schlaganfalls, Suche nach Ort und Art der Ursache).
 - Nierenangiographie (bei Verdacht auf Fehlbildungen, Tumor, Nierenversagen)

Bildverarbeitung

Frage 4**(7 Punkte)**

In der digitalen Bildverarbeitung werden verschiedene Verfahren eingesetzt. Eine Klasse davon basiert auf der Faltung des Bildes mit einer Filtermaske.

- (a) Wie kann man einfach Kanten im Bild detektieren? Wie sieht die Maske aus, die als Filterfunktion verwendet werden kann? (2 Punkte)
- (b) Was ist das Problem des einfachen Kantenfilters? Wie kann es behoben werden? (Name des Filters und Beispiel für eine entsprechende Maske) (3 Punkte)
- (c) Kann die Wirkung eines Kantenfilters als komplexe Übertragungsfunktion beschrieben werden? Begründen Sie Ihre Antwort. (2 Punkte)

Lösung:

- (a) Kanten im Bild werden durch Gradientenfilter hervorgehoben. Gebiete mit Grauwertgradienten führen nach der Filterung zu großen Werten. Gebiete mit gleichförmigem Grauwertverlauf werden auf Null gesetzt. Beispiel Kantendetektor in x-Richtung:

$$D_x = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

oder y-Richtung:

$$D_y = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

- (b) Rauschen wirkt sich bei Gradienten-Filtern sehr schädlich aus. Vor der Kanten-detektion sollte erst eine Glättung durchgeführt werden. Beides kann in einem Filter zusammengefasst werden. Beispiel: Sobel-Filter.

$$S_x = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad S_y = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

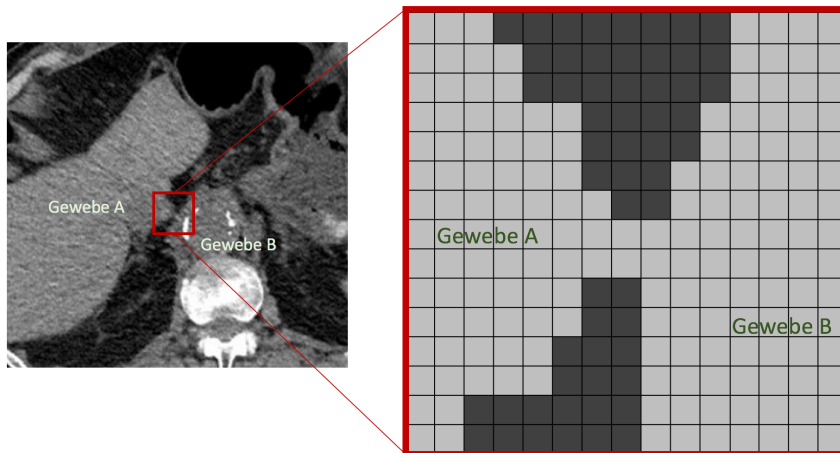
- (c) Die Wirkung eines Kantenfilters kann als komplexe Übertragungsfunktion beschrieben werden, da er linear und verschiebungsinvariant ist.

Frage 5

(9 Punkte)

Bei der Bildsegmentierung geht es darum, Grenzflächen zwischen unterschiedlichen Gewebearten im Bild automatisch zu finden.

- (a) Nennen Sie zwei Methoden zur Segmentierung. Erläutern Sie die zugrunde liegende Idee. Benennen Sie jeweils ein Problem, das bei dieser Art der Segmentierung auftreten kann. (6 Punkte)
- (b) In der folgenden Abbildung (links) ist der Ausschnitt einer CT-Aufnahme dargestellt, die man segmentieren möchte. Dabei ist es wichtig Gewebe A und Gewebe B von einander zu trennen. Auf der rechten Seite der Abbildung wird schematisch ein Bildabschnitt dargestellt, der zu Problemen führen kann. (3 Punkte)



Wie würde Sie vorgehen, um Gewebe A von Gewebe B (im rechten Bild) zu trennen? Geben Sie eine Schritt-für-Schritt Anleitung an. Geben Sie dabei die notwendigen Operatoren konkret an.

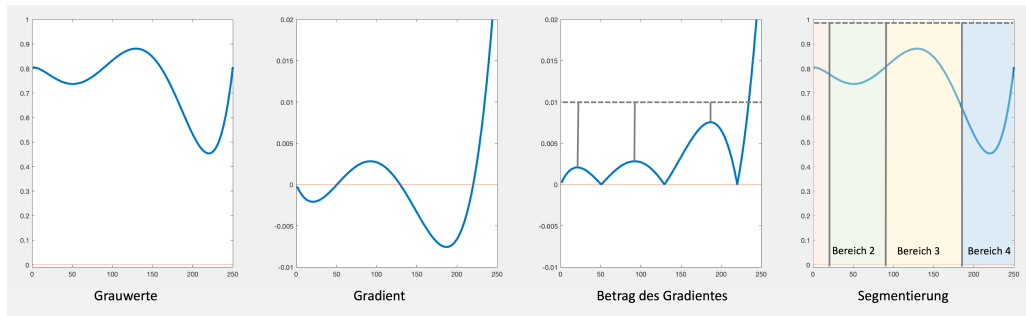
Lösung:

- (a) **Variante 1:** Wasserscheiden Algorithmus

Idee: Als erstes wird für die x- und y-Richtung ein Gradientenbild errechnet. Anschließend wird daraus die Norm gebildet. Nun wird das Ergebnisbild als ein Grauwertgebirge aufgefasst. (Alternative Lösung: Das Originalbild wird direkt als Grauwertgebirge aufgefasst.)

In diesem Gebirge wird der Grundwasserpegel schrittweise erhöht. Erreicht das Wasser den tiefsten Punkt eines Tales, bekommt der entstehende See einen Namen. Steigt der Wasserspiegel weiter, bekommen alle Punkte, die zu einem See

gehören, den Namen des tiefsten Punktes. An den Punkten, an denen Gebiete zusammenstoßen, werden Dämme gebaut, aus denen sich die Gebietsgrenzen ergeben. In der folgenden Abbildung ist ein eindimensionales Beispiel zu sehen.



Problem: Oft werden zu viele Gebiete als getrennte Gebiete segmentiert, die eigentlich zusammen gehören.

Variante 2: Regionen-Wachstum

Idee: Es wird (z.B. per Hand) ein Saatpunkt in einem zu segmentierenden Gebiet bestimmt. Von diesem beginnend werden die Nachbarn des Saatpunktes geprüft und sofern sie ein vorher definiertes Kriterium (z.B. das Überschreiten eines Schwellwertes) erfüllen, zur Region hinzugefügt. Dieses Vorgehen wird mit allen neuen Nachbarn der Region bis zum Rand des Bildes wiederholt bis das gesamte Bild bearbeitet ist.

Problem: Die Segmentierung kann auslaufen, falls das Bild Rauschen oder Artefakte beinhaltet.

Variante 3: Schwellwert-Verfahren

Idee: Alle Pixel, deren Grauwert in einem vordefinierten Bereich liegt, werden zu einem Gebiet zusammengefasst.

Problem: Rauschen und Abbildungsfehler führen zu falsch segmentierten Bereichen.

- (b) Schritt 1: Segmentierung des Bildes mit einem der oben genannten Verfahren. Dies wird zu einem Bereich führen, der beide Gewebetypen beinhaltet sowie zu einem weiteren Bereich, der die dunkleren Pixeln beinhaltet.

Schritt 2: Erosion des Bildes (Rangordnungsfiler mit z. B. 3x3 Maske). Dem aktuellen Pixel wird der kleinste Wert aus der Maske zugewiesen.



Schritt 3: Dilatation des Bildes (Rangordnungsfiler mit z. B. 3x3 Maske). Dem aktuellen Pixel wird der größte Wert innerhalb der Maske zugewiesen.



Schritt 4: Gewebe A und B jeweils separat klassifizieren.

Systemtheorie

Frage 6

(8 Punkte)

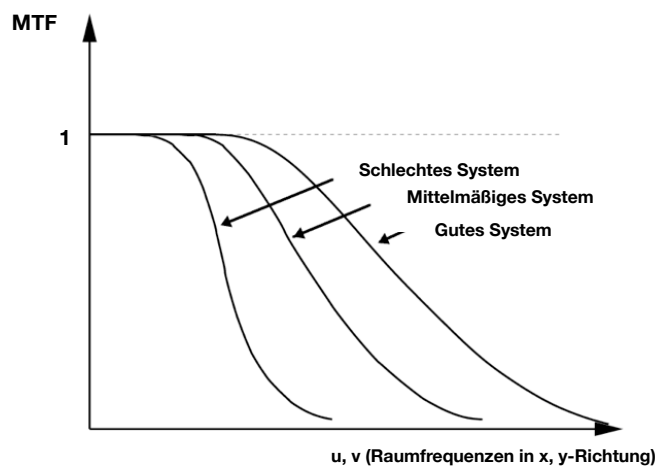
- (a) Wie ist die Modulationsübertragungsfunktion (MTF) definiert? Geben Sie die allgemeine Definition an. (1 Punkt)
- (b) Skizzieren Sie einen typischen Verlauf der MTF eines guten, eines mittleren und eines schlechten abbildenden Systems. (3 Punkte)
- (c) Unter welchen Bedingungen lässt sich, in Theorie und Praxis, aus einem durch ein abbildendes System verändertes Bild das Original wieder herstellen (Restauration)? (4 Punkte)

Lösung:

- (a) Die MTF ist der Absolutbetrag der bei (0,0) auf 1 normierten komplexen Übertragungsfunktion:

$$MTF(u, v) = \frac{|H(u, v)|}{|H(0, 0)|}$$

- (b) Verlauf der MTF:



- (c) Mit der komplexen Übertragungsfunktion ist ein System vollständig beschrieben, so dass das Original mit dem Hauptsatz der Systemtheorie theoretisch rekonstruiert werden kann.

$$F(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)}$$

$$f(x, y) \Leftrightarrow F(u, v)$$

Tatsächlich ist kein abbildendes System vollkommen, was bedeutet, dass oberhalb von u_{max} , v_{max} die Funktion $H(u, v) = 0$ ist. Sind jedoch das Signalleistungsspektrum (SPS) und das Rauschleistungsspektrum (NPS) bekannt, so kann das Ursprungssignal mit Hilfe des Wiener Filters so gut wie möglich geschätzt werden.

$$F'(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)} \cdot \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \frac{NPS(u, v)}{SPS(u, v)}}$$

Der Wiener-Filter sorgt dafür, dass in dem Frequenzbereich, wo $H(u, v)^2$ gegen Null geht und/oder wo das Rauschen größer ist als das Signal, die Funktion $F(u, v)$ auf Null gedrückt wird.

Biologische Wirkung ionisierender Strahlung

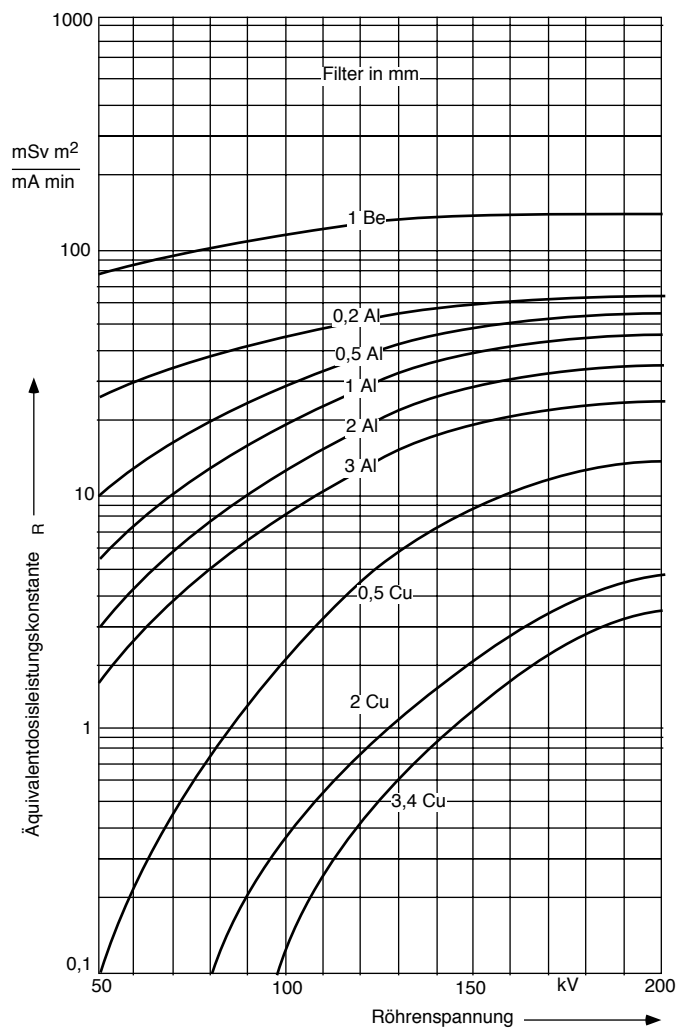
Frage 7

(11 Punkte)

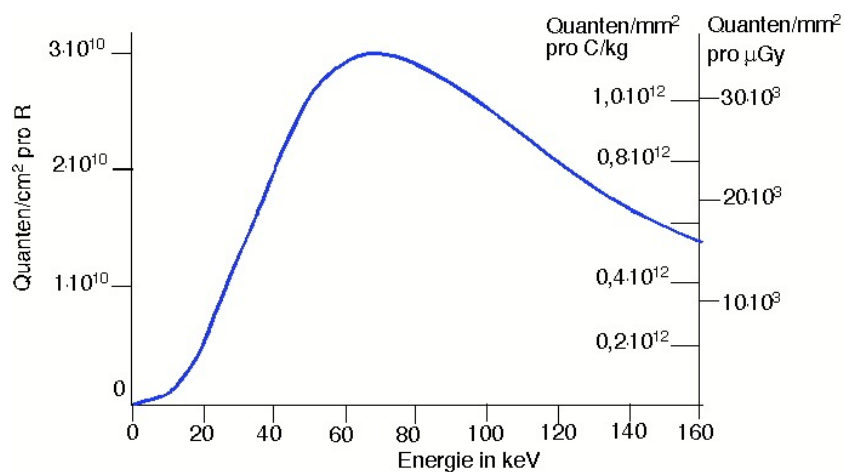
Eine Röntgenröhre mit einem 3 mm dicken Aluminum-Filter wird mit $U_a = 100 \text{ kV}$ und $I_a = 15 \text{ mA}$ betrieben. Eine Person steht $d = 0.3 \text{ m}$ entfernt und erfährt eine Äquivalentdosis $H = 2,5 \text{ mSv}$.

- (a) Geben Sie die allgemeine Formel für die Energie- und Äquivalentdosis an. Wie groß ist die resultierende Energiedosis D ? (3 Punkte)
- (b) Wie viele Sekunden muss die Person vor der eingeschalteten Röhre gestanden haben um die Energiedosis erfahren zu haben? (3 Punkte)

Berücksichtigen Sie bei Ihrer Lösung folgende Abbildung:



- (c) Warum verwendet man nicht alle von der Anode emittierten Röntgenquanten zur Bildgebung sondern setzt in der Diagnostik Filter ein? (1 Punkt)
- (d) Welche Dosis und Belichtungszeit ergibt sich für eine Pixelgröße von $0,5 \text{ mm} \cdot 0,5 \text{ mm}$, wenn ein minimaler Kontrast $K_{\min} = 0.2\%$ erreicht werden soll? ($\kappa = 5$) (4 Punkte)
- Berücksichtigen Sie bei Ihrer Lösung folgende Abbildung:



Lösung:

- (a) Energie- und Äquivalentdosis

$$\text{Energiedosis: } D = \frac{\text{in der Probe deponierte Energie}}{\text{Masse der Probe}}$$

$$\text{Äquivalentdosis: } H = q \cdot D$$

mit q : Strahlenwichtungsfaktor.

Für Röntgenstrahlung ist $q = 1$ und somit gilt:

$$D = 2,5 \text{ mGy}$$

- (b) Äquivalentdosisleistung:

Aus der Abbildung für die Äquivalentdosisleistungskonstante bezogen auf I_A kann man ablesen:

$$\Gamma_R = \frac{H \cdot d^2}{I_A \cdot t} = 8 \frac{\text{mSv m}^2}{\text{mA min}} \approx 0,133 \frac{\text{mSv m}^2}{\text{mA s}}$$

Daraus folgt für die Belichtungszeit t :

$$t = \frac{H \cdot d^2}{I_A \cdot \Gamma_R} = 0,113 \text{ s}$$

- (c) Filter:

Da Röntgenstrahlen mit geringer Energie im menschlichen Körper vollständig absorbiert werden, und somit nicht zur Bildentstehung beitragen, werden die niederenergetischen Anteile des Röntgenspektrums durch eingebaute Filter eliminiert. Man spricht dabei von Aufhärtung.

- (d) Quantenanzahl und Kontrast:

Für den minimalen Kontrast gilt:

$$K_{min} = \frac{\kappa}{\sqrt{N}}$$

Daraus folgt:

$$N = \frac{\kappa^2}{K_{min}^2} = 6250000.$$

Es müssen also 6,25 Millionen Quanten pro Pixel auftreten.

Bei einer Pixelfläche von $A = 0,5 \text{ mm} \cdot 0,5 \text{ mm} = 0,25 \text{ mm}^2$ müssen also $4 \cdot 6,25 = 25$ Millionen Quanten pro Quadratmillimeter auftreten.

Aus der zweiten Abbildung ist abzulesen, dass für U_A ungefähr 28000 Quanten/ mm^2 pro μGy auftreten. Daraus folgt für die Dosis:

$$D = \frac{25000000 \frac{\text{Quanten}}{\text{mm}^2}}{28000 \frac{\text{Quanten}}{\text{mm}^2 \cdot \mu\text{Gy}}} = 892,86 \mu\text{Gy} \approx 0,893 \text{ mGy}$$

Mit der Formel aus Aufgabenteil b) kann die Belichtungszeit berechnet werden:

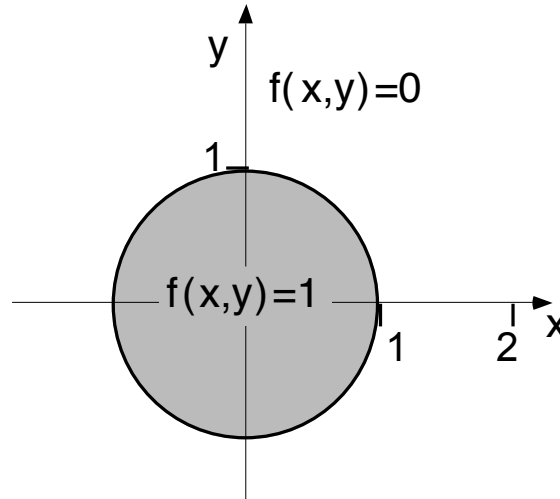
$$t = \frac{H \cdot d^2}{I_A \cdot \Gamma_R} = 0,04 \text{ s}$$

Computer Tomographie (CT)

Frage 8

(10 Punkte)

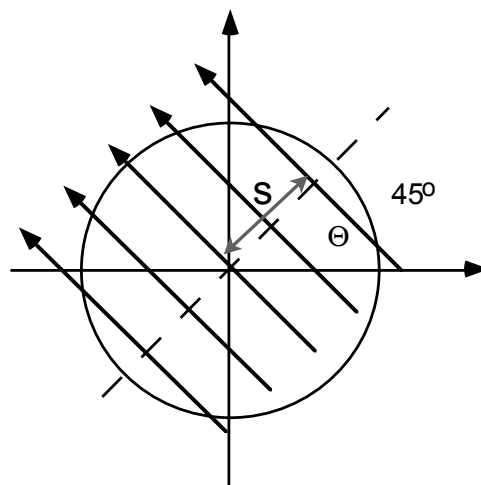
Die folgende Grafik zeigt den Querschnitt eines zylinderförmigen Objekts mit dem Wert $f(x,y) = 1$ innerhalb des Zylinders und 0 außerhalb.



- (a) Skizzieren Sie einige Linien für die Radontransformation, über die Sie integrieren müssen, um eine Projektion zum Winkel $\Theta = 45^\circ$ zu erhalten? Geben Sie die mathematische Definition der Radontransformation an um eine Projektion $p(\Theta, s)$ zu erhalten. (3 Punkte)
- (b) Zeichnen Sie die Projektionen zu den Winkeln $\Theta = 30^\circ$ und $\Theta = 45^\circ$ in ein Koordinatensystem ein. (3 Punkte)
- (c) Wie lassen sich mit Hilfe des Fourier-Scheiben-Theorems jetzt Schnittbilder des Röntgenschwächungskoeffizienten rekonstruieren (" Fourier-Rekonstruktion")? (4 Punkte)

Lösung:

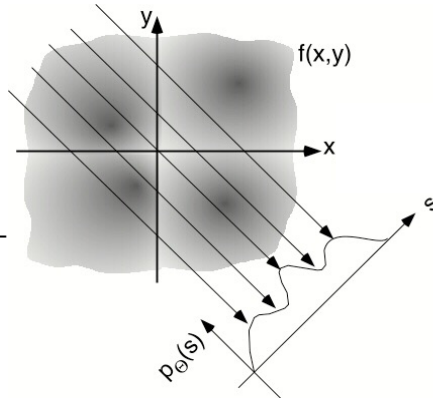
- (a) Die Linien für die Projektionen sind in der folgenden Abbildung veranschaulicht. Die Richtung der Pfeile spielt dabei keine Rolle.



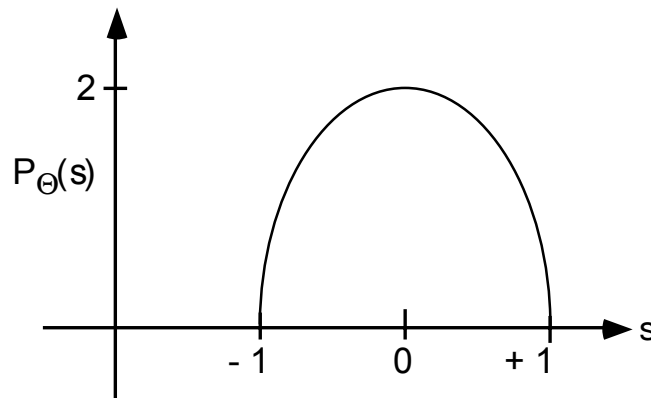
Radontransformation:

$$\int_{\vec{e} \cdot \vec{r} = s} f(x, y) d\ell = p(\Theta, s)$$

$\vec{e}$ = Einheitsvektor in Richtung Θ
 Θ = Winkel zwischen der Integrationslinie und der Normalen durch Null



- (b) Für die gegebene Anordnung liefern Projektionen zu allen Winkeln Θ das gleiche Ergebnis



- (c) Es werden viele Projektionen $p_{\Theta}(s)$ zu verschiedenen Winkeln Θ aufgenommen und jede Projektion wird 1D-Fourier transformiert $P_{\Theta}(w)$. Die Ergebnisse werden auf Radialstrahlen zum Winkel Θ in die $F(u, v)$ -Ebene eingezeichnet, wobei hierbei eventuell interpoliert werden muss um die Konversion in kartesische Koordinaten zu berücksichtigen. Das Originalbild $f(x, y)$ erhält man nun durch inverse Fouriertransformation von $F(u, v)$

Frage 9

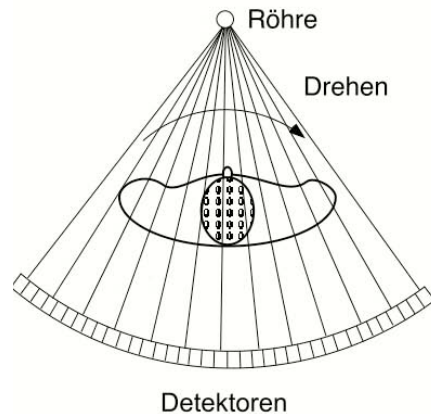
(8 Punkte)

Im Laufe der Entwicklung der Computertomographie wurde der Aufbau der CT-Scanner immer weiter entwickelt.

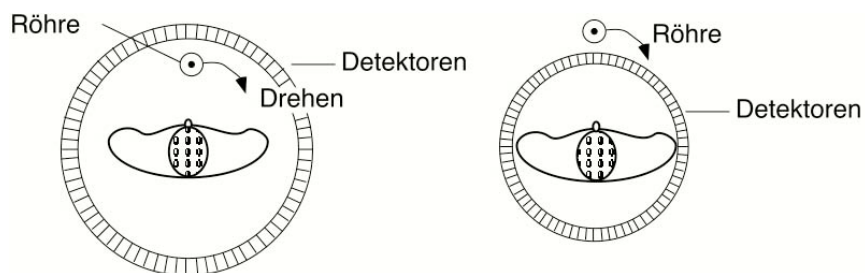
- (a) Skizzieren Sie jeweils einen CT-Scanner der 3. und der 4. Generation. (4 Punkte)
- (b) Erläutern Sie, wie eine Aufnahmesequenz in einem Scanner der 4. Generation abläuft und veranschaulichen Sie die Positionen der Messwerte im Radon-Raum für eine Aufnahme-position. (4 Punkte)

Lösung:

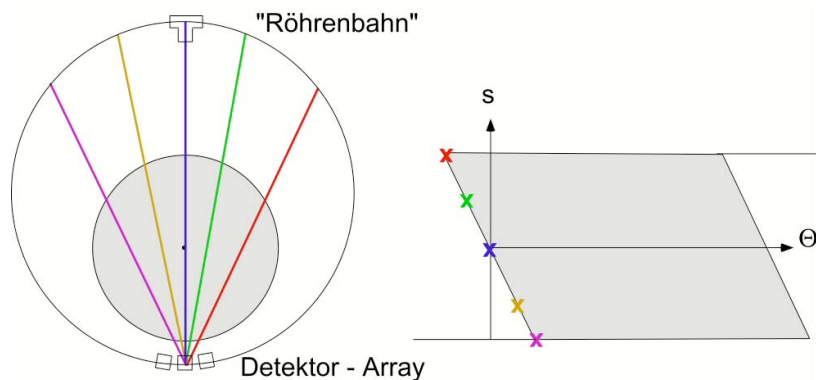
(a) CT-Scanner der 3. Generation



CT-Scanner der 4. Generation



- (b) Der CT-Scanner der 4. Generation verfügt über einen stehenden Detektorring. Die verschiedenen Projektionen werden durch die Bewegung der Röntgenröhre erzielt. Durch die punktförmige Röntgenquelle ergibt sich zu jeder Aufnahme ein "Fächer", von Linienintegralen zu verschiedenen Winkeln. Die Punkte zu einer Messung liegen somit auf einer relativ zur s -Achse gekippten Geraden im Radonraum (siehe Abbildung).



Positronen Emissions Tomographie (PET)

Frage 10**(7 Punkte)**

- (a) Erklären Sie kurz die Abläufe bei der PET und welche speziellen Detektoren genutzt werden. (4 Punkte)
- (b) Von welchen drei Faktoren ist die Auflösung bei der PET abhängig. (3 Punkte)

Lösung:

- (a) Bei der PET-Methode werden die Moleküle, die man im Körper des Patienten verfolgen möchte, mit einem Positronen-Strahler markiert (Tracer). Bei der Positronen-Emission wandelt sich im Kern eines Elementes ein Proton in ein Neutron n , ein Positron e^+ und ein Neutrino ν um. Diese Positronen stoßen schon nach einem sehr kurzen Weg mit einem Elektron zusammen und erzeugen dabei zwei Gamma-Quanten (Annihilation), die dann detektiert werden. Beim Nachweis der beiden Gamma-Quanten benutzt man eine sogenannte Koinzidenzdetektion. Es werden nur solche Ereignisse gezählt und weiter ausgewertet, bei denen zwei Gamma-Quanten gleichzeitig (in einem Zeitfenster von ca. 10 ns) nachgewiesen werden.
- (b) Auflösung:
1. Mittlere freie Weglänge der Positronen (ca. 1 mm)
 2. Halbwertsbreite der Winkelverteilung (ca. $0,5^\circ$)
 3. Genauigkeit, mit der ein Gamma-Quant im Detektorring lokalisiert werden kann.